

→ Aussagen über Logik / über Formeln

Meta-Ebene

- Gültigkeit → Formalsemantikdef.
- Beziehung zwischen Formeln
 - Äquivalenz → beweisen auf Metarebene
 - Folgerungsrelation → Automatisches Beweisen

⇒ Aussagen über Domain ⇒ Reasoner

→ Logik: FOL, um Spezifikation eines Formals zu machen

Logik-Domän. Ebene

- $\exists x: \text{Hund}(x) \wedge \text{Säugetier}(x)$
- $\forall x: \text{Hund}(x) \rightarrow \text{Säugetier}(x)$

Hund \sqsubseteq Säugetier DL ← FOL

- Domain / Anwendungsgebiet

Aussagen: $\text{Kethull} : \text{Ein Hund ist ein Säugetier}$

⇒ genauere. exakte Interpretation

↑ Formel System / Logik

Aufgabe auf Meta-Ebene :

Skizze
→ Folie 4

Formeln $\forall x F$ und $\neg \exists x : \neg F$

nicht " \wedge "

od. äquivalent

nicht " \rightarrow "
sondern
Meta-
Ebene

- Sei F eine beliebige (geschlossene) Formel
von der Form $\varphi(x)$ [z.B. $P(x)$]

Beweis auf Metaebene:

sein an beachte

für alle Strukturen M : wenn $M \models \forall x : \varphi(x)$

dann auch $M \models \neg \exists y : \neg \varphi(y)$

Sei $M \models_{\emptyset} (\mathcal{D}, \mathcal{I}) \forall x \varphi(x)$
 gdw.

\emptyset : keine
 Variablen-
 binding

stw. \rightarrow für alle $d \in \mathcal{D}$: $M \models_{\emptyset^d} \varphi(x)$
 meta

stw. \rightarrow es gibt kein $d \in \mathcal{D}$: $M \not\models_{\emptyset^d} \varphi(x)$

stw. \rightarrow es gibt kein $d \in \mathcal{D}$: $M \models_{\emptyset^d} \neg \varphi(x)$

gdw. $M \not\models_{\emptyset} \exists x: \neg \varphi(x)$

$M \models \neg \exists x: \neg \varphi(x)$

□
 Beweis auf
 Metasprache

Seien φ_1, φ_2 ~~zwei~~ logische Formeln:

Schreibe für " φ_1 äquivalent φ_2 "
(auf Metalebene)

$$\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$$

\leftrightarrow : Metalebene

bedeutet

forall M : $M \models \varphi_1$ gdw. $M \models \varphi_2$

Logische Folgebewertung \Rightarrow

Wenn aus $M \models \varphi_1$ folgt daß $M \models \varphi_2$
dann schreiben

$$\varphi_1 \models \varphi_2$$

"entails"

d.h. logische Äquivalenz v. φ_1, φ_2 :

$$\varphi_1 \models \varphi_2 \text{ und } \varphi_2 \models \varphi_1$$

Wenn ich φ_1 weiß, kann ich φ_2 schließen?
 \Rightarrow Beweis

Metabeweis:

$$\text{Spez} \models \text{(Korrektheits) Eigenschaft} \quad ?$$

\Rightarrow Beweistheorie:

Silt

$$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \quad ?$$

Genauer:

nicht mehr auf
Metasprache:

$$\emptyset \models \underbrace{\varphi_1 \rightarrow \varphi_2}_{\text{FOL-Formel}} \quad ?$$

Frage:

Kann man Allgemeingültigkeit von Formeln
beweisen?

⇒ Automatisches Reasoning

gehen also:

$\emptyset \models \varphi$?
⇒ wenn $\neg \varphi$ und versuche ein Modell

$M \models \neg \varphi$ zu finden
falls das gelingt: φ nicht allg.g.
sonst: φ allg.g.

Zurück zur Aufgabe: \downarrow (nur eine Prüfung machen)

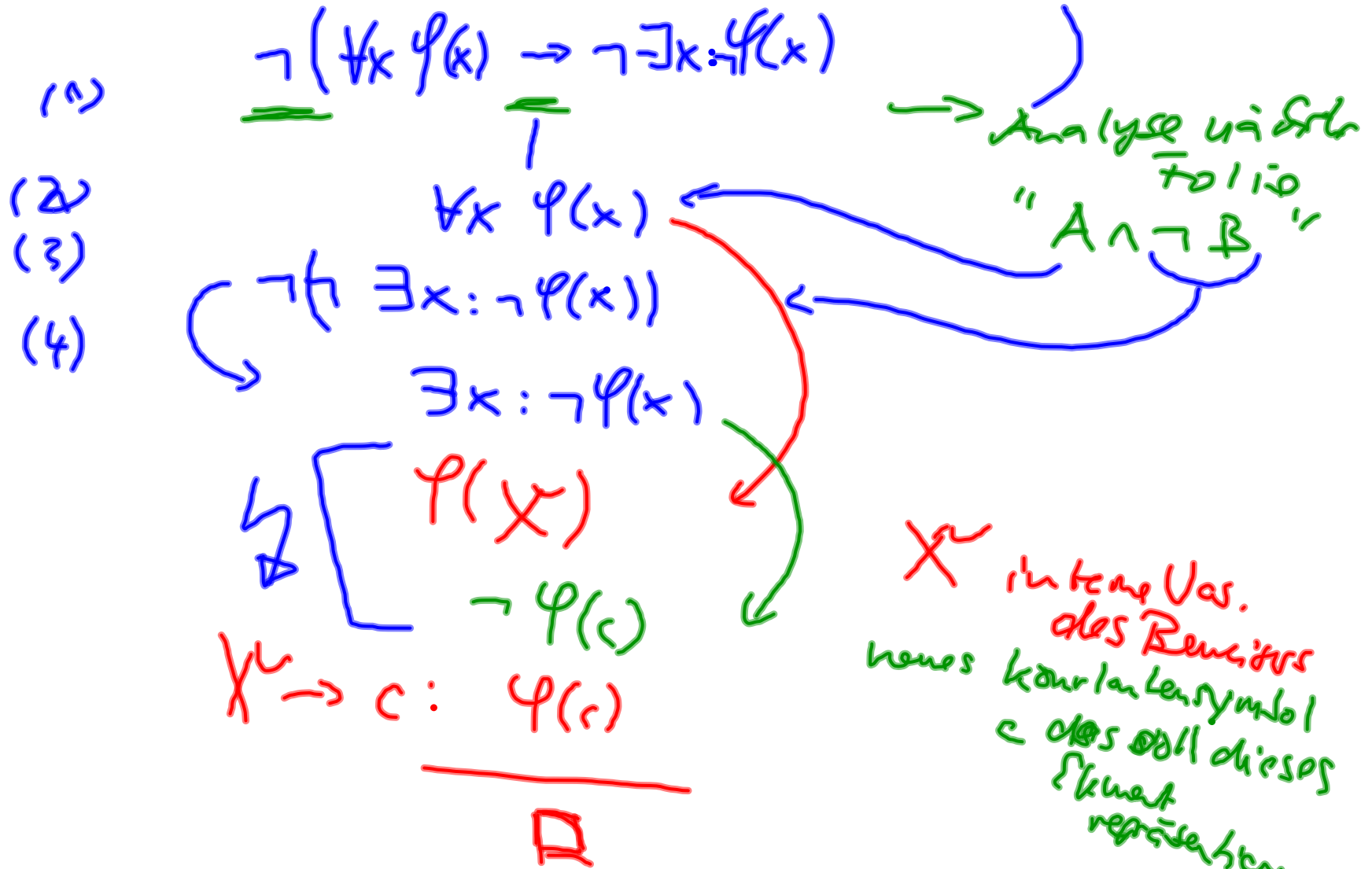
Sieht $\forall x: \varphi(x) \models \neg \exists x: \neg \varphi(x)$?

Betrachte jetzt

$$\phi \models \underbrace{\forall x: \varphi(x) \rightarrow \neg \exists x: \neg \varphi(x)}_{\text{FOL-Formel}}$$

\Downarrow Reasoner
 R. sucht Gegenbsp. für

$\neg (\dots \rightarrow \dots)$



Wahrheitstab. \Leftrightarrow

A	B
0	0
0	1
<u>1</u>	<u>0</u>
1	1

$$\hat{=} \neg A \vee B$$


$$A \rightarrow B$$

1
1
0
1

$$\underline{\neg(A \rightarrow B)}$$

0
0
<u>1</u>
0

dieser Fall interessant

φ_1 Site
 φ_2 Site nicht
 zurück


Bsp zu F. 56

Was ist die Bev. der Hauptstadt von D ?

? - country(-N, "D", -P, -A, Cap, CapProv)
→ Ergebnis

Cap/"Berlin" CapProv/"Berlin"

? - country(-N, "D", -P, -A, Cap, CapProv),
City(Cap, CapProv, "D", P, -L1, -L2)
→ Cap/... CapProv/...

P/3500000

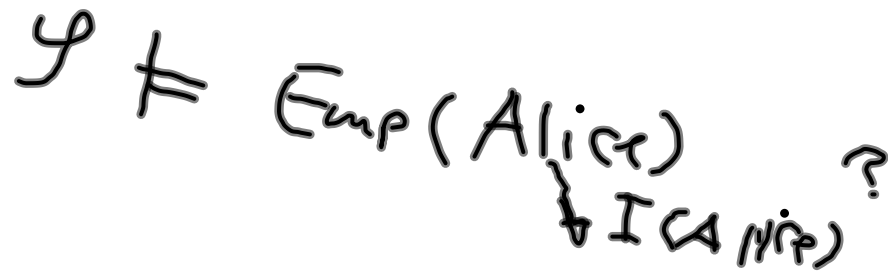
alice vs Alice vs "Alice"

Signature: Alice \rightarrow kind in French var

domain: alice, "Alice"

Form: $\bar{Emp}(Alice)$

Ref: $y \models \bar{Emp}(Alice)$



Inter: $I(\bar{Emp}) = \{ \dots, a_{alice}, \dots \}$

$\models Name(Alice, "Alice") \rightarrow \{ \dots, a_{alice}, \dots \}$

$I(Name) = \{ \dots, (alice, "Alice"), \dots \}$

$\models Name(Alice, "Alice") \rightarrow \{ \dots, a_{alice}, \dots \}$

$\models Name(Alice, "Alice") \rightarrow \{ \dots, a_{alice}, \dots \}$

$\exists d: \dots \exists c: \text{Name}(c, \text{"Alice"}) \wedge$
 $\text{works_for}(c, d).$

? -

$\text{Name}(_C, \text{"Alice"}), \text{works_for}(_C, D)$

D/sales

! -