

**Datenbanken**  
**Wintersemester 2015/16**  
Prof. Dr. W. May

## 2. Übungsblatt: Algebra

Besprechung voraussichtlich am 8./15.12.2015

**Aufgabe 1 (Relationale Anfragen an Mondial: Bedingungen)** Geben Sie Ausdrücke der relationalen Algebra für die folgenden Anfragen an die Mondial-Datenbank an:

- a) Die Namen aller Städte, die mehr als 1.000.000 Einwohner haben.
- b) Die Namen aller Städte, die mehr Einwohner als Neuseeland haben.
- c) Die Namen aller Städte, in denen mehr als 25% der Bevölkerung des jeweiligen Landes leben.

Für spätere Übungsblätter:

- Geben Sie dieselben Anfragen in SQL an.
- Geben Sie dieselben Anfragen im relationalen Kalkül an.

**Aufgabe 2 (Äquivalenz von Ausdrücken)** Gegeben seien folgende Relationen:

- $R(A,B,C)$
- $S(A,E,F)$
- $T(A,H)$

Die Wertebereiche aller nicht namensgleichen Attribute seien voneinander verschieden. Gegeben sei nun folgender relationaler Ausdruck:

$$\pi[E, H](\sigma[B = 10]((R \bowtie T) \bowtie S))$$

Sind die folgenden Ausdrücke äquivalent zu obigem Ausdruck? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a)  $\pi[E, H](\sigma[B = 10](R) \bowtie (\pi[A, E](S) \bowtie T))$
- b)  $\pi[E, H](\sigma[B = 10](\pi[B](R) \bowtie (\pi[A, E](S) \bowtie (\pi[A, H](T))))$
- c)  $\pi[E, H](\pi[A, B](\sigma[B = 10](R)) \bowtie ((\pi[A](S) \bowtie T))$

**Aufgabe 3 (Relationale Anfragen an Mondial: Schweizer Sprachen)** Geben Sie Ausdrücke der relationalen Algebra für die folgenden Anfragen an die Mondial-Datenbank an:

- a) Alle Landescodes von Ländern, in denen eine Sprache gesprochen wird, die auch in der Schweiz gesprochen wird.
- b) Alle Landescodes von Ländern, in denen ausschliesslich Sprachen gesprochen werden, die in der Schweiz nicht gesprochen werden.
- c) Alle Landescodes von Ländern, in denen nur Sprachen gesprochen werden, die auch in der Schweiz gesprochen werden.
- d) Alle Landescodes von Ländern, in denen alle Sprachen gesprochen werden, die in der Schweiz gesprochen werden.

Für spätere Übungsblätter:

- Geben Sie dieselben Anfragen in SQL an.
- Geben Sie dieselben Anfragen im relationalen Kalkül an.

**Aufgabe 4 (Relationale Anfragen an Mondial: Organisationen)** Geben Sie Ausdrücke der relationalen Algebra für die folgenden Anfragen an die Mondial-Datenbank an:

- Die Namen aller Organisationen, die auf jedem Kontinent mindestens ein Mitgliedsland haben.
- Die Namen aller Organisationen, in denen alle Staaten mit mehr als 50.000.000 Einwohnern Mitglied (unabhängig von der Art der Mitgliedschaft) sind.

Für spätere Übungsblätter:

- Geben Sie dieselben Anfragen in SQL an.
- Geben Sie dieselben Anfragen im relationalen Kalkül an.

**Aufgabe 5 (Division mit Basisoperationen)** Beweisen Sie, daß die in der Vorlesung angegebene Darstellung der Division durch relationale Basisoperatoren als

$$r \div s = \pi[Z](r) - \pi[Z](\pi[Z](r) \bowtie s) - r$$

mit  $r(X)$ ,  $s(Y)$  und  $Z = X \setminus Y$  äquivalent zu der gegebenen Definition

$$r \div s = \{\mu \in \text{Tup}(Z) \mid \{\mu\} \bowtie s \subseteq r\}$$

ist.

Veranschaulichen Sie sich Ihre Überlegungen anhand des Beispiels “Geben Sie die Namen derjenigen Organisationen an, die auf jedem Kontinent mindestens ein Mitglied haben”.

**Aufgabe 6 (Tupeloperatoren vs. Relationale Operatoren)** In der Vorlesung wurden auf einzelnen Tupeln nur die Operatoren Projektion  $\pi[\bar{X}](\mu)$ , Selektion  $\sigma[\alpha](\mu)$  und Renaming  $\rho[A \rightarrow B](\mu)$  definiert. Die relationalen Operatoren wurden dann auf Basis dieser Operatoren definiert, wobei für das Join nur eine deklarative, auf tupelbasierter Projektion aufbauende Definition gegeben wurde.

- Geben Sie die Definition des relationalen Joins an: “Sei  $r \in \text{Rel}(\bar{X})$  and  $s \in \text{Rel}(\bar{Y})$ . Dann ist  $r \bowtie s = \{\text{was gehört hier hin?}\}$ .”
- Überlegen Sie, wie ein Join-Operator für Tupel  $\mu \in \text{Tup}(\bar{X})$ ,  $\nu \in \text{Tup}(\bar{Y})$ , also  $\mu \bowtie \nu$ , definiert werden kann, und geben Sie darauf basierend eine Definition des relationalen Join-Operators an.
- Kann man eine entsprechende Definition auch für die Division angeben?

**Aufgabe 7 (Äquivalenzen: Join, Division, Differenz)** Seien  $R(X)$ ,  $S(Y)$  Relations-Schemata. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Sei  $X \cap Y = \emptyset$ .

$$(R \bowtie S) \div S \equiv R.$$

(b) Sei  $X = Y$  und  $Z \subseteq X$ .

$$\pi[Z](R - S) \equiv \pi[Z]R - \pi[Z]S.$$

**Aufgabe 8 (Algebra: Minimale- und Maximale Anzahl von Tupeln)** Die Relationen  $R(\bar{X})$  und  $S(\bar{Y})$  enthalten  $n$  bzw.  $m$  Tupel. Wie groß ist die maximale und minimale Anzahl von Tupeln, die das Ergebnis folgender Operationen (bei geeigneten  $\bar{X}, \bar{Y}$ ) enthalten kann?

- a)  $R \cup S$
- b)  $R \bowtie S$
- c)  $\sigma[C](R) \times S$ , für eine Bedingung  $C$
- d)  $\pi[Y](R) - S$
- e)  $R \div S$

**Aufgabe 9 (Transitive Hülle)** Gegeben sei eine Relation  $R(A,B)$ . Skizzieren Sie einen Algorithmus, der, bestehend aus Operationen der relationalen Algebra und einer while-Schleife, die transitive Hülle der Relation  $R$  berechnet.

Hinweis: Die transitive Hülle einer Relation  $R$ , bezeichnet als  $R^*$ , ergibt sich wie folgt: betrachte z.B. eine Relation  $R(\text{von}, \text{nach})$  von Flugverbindungen.  $R^2$  ist dann die Menge aller Verbindungen, die über eine Zwischenlandung zustandekommen, etc;  $R^n$  sind also diejenigen, Verbindungen, die sich aus  $n$  Teilverbindungen zusammensetzen. Die unendliche Vereinigung  $R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots$  für  $R \rightarrow \infty$  wird dann als  $R^*$  bezeichnet. In einer endlichen Datenbasis benötigt man nur endlich viele Schritte um diese zu berechnen. Ein anderes beliebtes Beispiel ist die aus  $Kind(x, y)$  berechnete Vorfahren-Relation.